Mecânica Geral - 2011.2 - IF-UFF - Lista de exercícios n. 10

Ernesto Galvão
(Dated: November 23, 2011)

I. PROBLEMAS DA LISTA

1. Conta que desliza em barra que gira. O centro de uma longa barra fina e retilínea é pivotado, de maneira que a barra gira em torno do eixo z (perpendicular a ela), com velocidade angular constante Ω. Uma conta pode deslizar sem atrito ao longo da barra. Escreva a equação de movimento da conta, usando as coordenadas x e y de um referencial S que roda com a barra, com x medido ao longo da barra, e y perpendicular a ela. Qual é o papel da força centrífuga? E o que faz a força de Coriolis?

2. Trajetória de objeto jogado com velocidade $\vec{v}_0$. Em sala de aula vimos como usar aproximações sucessivas para obter a trajetória de um corpo em queda livre perto da superfície da Terra, levando em consideração a força de Coriolis. Considere um corpo jogado com velocidade inicial $vecv_0$ de um ponto O na superfície da Terra, a uma colatitude θ. Use o mesmo método para mostrar que, até primeira ordem em Ω, a trajetória é dada por:

$$x = v_{x0}t + \Omega(v_{y0}cos\theta - v_{z0}sen\theta)t^2 + \frac{1}{3}\Omega g t^3 sen(\theta) \quad (1)$$

$$y = v_{y0}t - \Omega(v_{x0}cos\theta)t^2 \quad (2)$$

$$z = v_{z0}t - \frac{1}{2}gt^2 + \Omega(v_{x0}sen\theta)t^2 \quad (3)$$

Dicas: resolva as equações de movimento (eq. (9.53) do Taylor) em ordem zero de Ω, ou seja, ignorando completamente a velocidade angular. Substitua essa solução de ordem zero para $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ do lado direito das eqs. de movimento (9.53) e integre, para encontrar a aproximação de ordem maior. Assuma que v_0 é pequena o suficiente para podermos desprezar a resistência do ar e assuma $\vec{g}$ constante durante o voo.

3. Duas expressões para T de corpo rígido. Vimos em sala que a energia cinética T total de um corpo é somente a energia cinética de rotação em relação a um ponto instantaneamente em repouso. Vamos ilustrar esse resultado. Considere a energia cinética T de um disco uniforme (raio R, massa M) que rola com velocidade v numa estrada plana. Escreva T como a soma da energia cinética de translação do CM e de rotação em torno do CM. Agora escreva T como a energia de rotação em torno do ponto instantâneo de contato com o solo, mostrando que as respostas são idênticas. Dicas: a energia de rotação é $I\omega^2/2$. O momento de inércia de um disco uniforme em torno do centro é $I = MR^2/2$, e em torno de um ponto na borda é $I' = \frac{3}{2}MR^2$.

4. Momento de inércia de barra fina.
a) Uma barrinha fina de massa M e comprimento L está no eixo x com uma das pontas na origem. Ache o seu momento de inércia para rotações em torno do eixo z. Dica: você vai ter que transformar o somatório discreto em uma integral $\int x^2 \mu dx$, onde μ é a densidade linear de massa. b) Refaça o cálculo para o caso do centro da barra estar na origem.

5. Tensor de inércia, 8 massas pontuais.
Um corpo rígido é formado por 8 massas iguais m nos vértices de um cubo de lado a, presas umas às outras por hastes de massa desprezível.
a) Use as definições dadas pelas eqs. (10.37) e (10.38) do Taylor para achar o tensor momento de inércia I para rotações em torno de um dos vértices do cubo (escolha os eixos para que coincidam com três arestas do cubo, com O na interseção delas).
b) Ache o tensor de inércia do mesmo corpo, mas para rotações em torno do centro do cubo. (Novamente, use eixos paralelos às arestas). Explique porque nesse caso era de se esperar que alguns elementos de I fossem zero.

II. OUTROS PROBLEMAS RECOMENDADOS

Taylor cap. 9: 18, 19, 27. Taylor cap. 10: 5, 6, 11 (veja problema 10.4), 13, 16. Dependendo do andar das últimas aulas, recomendarei outros problemas, mas sem necessidade de entrega de lista.